6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

**Dạng 1: Tìm căn bậc hai của số phức**

**1. Phương pháp giải**

Cho số phức z= a + bi, ( a,b ∈ R). Tìm căn bậc hai của số phức z.

Gọi ω = c + di, ( c,d ∈ R ) là căn bậc hai của z.

Suy ra: z=ω 2 ⇒ a + bi = ( c + di)2

⇒ a + bi= c2 + 2cdi – d2

⇒ ( a – c2 + d2) + ( b – 2cd)i = 0

+ Từ đó , ta có hệ phương trình:

6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Giải hệ phương trình trên ta được c và d. Từ đó, suy ra căn bậc hai của z.

**2. Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** Tìm các căn bậc 2 của z = – 5 + 12i

A. 2 + 3i và – 2 - 3i     B. 1 + 4i và – 1- 4i

C. 2- 3i và – 2 + 3i     D. 3 – 4i và -3 + 4i

Lời giải: Gọi = a + bi, là căn bậc hai của số phức z

Suy ra: (a + bi)2 = - 5 + 12i

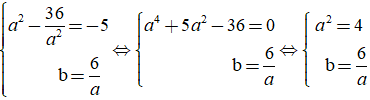
⇒ a2 + 2abi- b2 = - 5 + 12i

⇒ (a2- b2 + 5) + (2ab – 12) i =0

Từ phương trình trên ta có hệ phương trình :

6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Rút b từ phương trình thứ hai thay vào phương trình thứ nhất, ta có:



Hệ này có 2 nghiệm: (2; 3) và ( -2; -3).

Vậy số phức z có 2 căn bậc hai là 2 + 3i và – 2- 3i.

Chọn A

**Ví dụ 2:** Gọi z là căn bậc hai của số phức ω = 4 + 6√5i . Tìm mô đun của z?

A. 3     B. 4     C. √14     D.√10

Lời giải: Gọi z = x + yi, (x,y∈ R) là một căn bậc hai của ω

Khi đó ta có:

(x + yi)2 = 4 + 6√5i  
⇒ x2 + 2xyi - y2 = 4 + 6√5i

⇒(x2 - y2-4) + (2xy - 6√5)i =0

⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Giải hệ phương trình tìm được nghiệm:

⇔

Vậy số phức đã cho có hai căn bậc hai là: z1 = 3 + i√5; z2 = -3 -i√5

|z1 | = |z2| = √14

Chọn C

**Ví dụ 3:** Cho số phức z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .  
Gọi ω = a + bi ( a,b ∈ R) là căn bậc hai của số phức z. Tính P= a2 + b2 ?

A. ±3     B. ±√10     C. ±√5     D. ±√13

Ta có: z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải  
= 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải = -1 + 3i

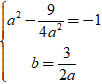
Do ω = a + bi ( a,b ∈ R) là căn bậc hai của số phức z.

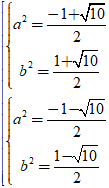
⇒ ( a + bi)2 = -1 + 3i

⇔ a2 + 2abi – b2 + 1 – 3i = 0

⇔( a2 – b2 + 1) + ( 2ab – 3) =0

Từ đó ta có hệ phương trình sau:

 ⇔

⇔ ⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Chọn B

**Ví dụ 4:** Gọi ω = 2 + ai ( a ∈ R) là một căn bậc hai của số phức z= b + 12i; (b ∈ R) . Tính a + b?

A.-1     B. 1     C. – 2     D. 3

Do ω = 2 + ai là một căn bậc hai của số phức z = b + 12i nên ta có:

( 2 + ai)2 = b + 12i

⇔ 4 + 4ai- a2 = b + 12i

⇔ (4 – a2 – b) + ( 4a – 12)i =0

Từ đó ta có hệ phương trình sau:

6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Do đó, a + b = 3 + (-5) = - 2.

Chọn C.

**Dạng 2: Giải phương trình bậc hai trên tập số phức**

**1. Phương pháp giải**

Cho phương trình bậc hai ax2 + bx + c = 0; (a,b,c ∈ R a≠0 ) . Xét Δ = b2 - 4ac , ta có

• ∆ =0 phương trình có nghiệm thực : x = -b/2a

• ∆ > 0 phương trình có hai nghiệm thực được xác định bởi : x1,2 = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

• ∆ < 0 phương trình có hai nghiệm phức được xác định bởi : x1,2 = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Chú ý:

\* Có thể dùng biệt thức ∆’= b’2 – ac (với b= 2b’)

Khi đó nghiệm của phương trình bậc hai đã cho được xác định bởi công thức:  
x1,2 = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

**2. Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** Nghiệm của phương trình z2 - 2z + 7 =0 trên tập số phức là:

A. z = 1±√6i     B. z = 1±2√2i

C. z = 1±√7i     D.z = 1±√2i

Lời giải: Ta có: ∆’= b’2 – ac = (-1)2 – 7.1 = - 6 < 0

Suy ra phương trình đã cho có 2 nghiệm phức: z = 1 + √6i và z = 1-√6i

Chọn A.

**Ví dụ 2:** Gọi z0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình 2z2 – 6z + 5 =0. Tìm i.z0?

A. iz0 = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải         B. iz0 = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

C. iz0 = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải         D. iz0 = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Lời giải: Xét phương trình: 2z2 – 6z + 5= 0

Có ∆’= (-3)2 – 2. 5 = -1

Phương trình đã cho có hai nghiệm phức là : 

Do đó, nghiệm z0 có phần ảo âm là  
z0 = z2 = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Do đó : i.z0 = (6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ).i = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Chọn B.

**Ví dụ 3:** : Gọi z1 và z2 là các nghiệm của phương trình z2 – 4z + 9= 0. Gọi M, N là các điểm biểu diễn của z1 và z2 trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của MN là:

A. MN = 4    B. MN = 5

C. MN = 2√5     D. MN = √5

Xét phương trình z2 – 4z + 9=0

⇔ z2 – 4z + 4 =- 5 ⇔ ( z-2)2 = 5i2

⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Khi đó, tọa độ hai điểm M và N biểu diễn hai số phức z1, z2 là M(2;√5);N(2;-√5) .

⇒ MN = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải = 2√5

Chọn C.

**Ví dụ 4:**. Kí hiệu z0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình 4z2 – 16z + 17 = 0 . Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức w= i.z0 ?

A. M(6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ;2).    B. M(- 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ;2)

C. M(6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ;2).    D. M(- 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ;2).

Lời giải: Xét phương trình: 4z2 – 16z + 17 = 0 có ∆’= 82 – 4. 17= - 4= (2i)2.

Phương trình có hai nghiệm  
z1 = 2- 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ; z2 = 2 + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .

Do z0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên z0 = z2 = 2 + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .

Ta có w= i.z0 = (2 + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải).i = -1⁄2 + 2i

Điểm biểu diễn số phức w là M(- 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ;2)

.

Chọn B.

**Dạng 3: Giải phương trình bậc cao trên tập số phức**

**1. Phương pháp giải**

+ Biến đổi phương trình về dạng phương trình tích, trong đó mỗi nhân tử là phương trình bậc nhất hoặc bậc hai. Chú ý sử dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ.

+ Dùng phương pháp đặt ẩn phụ.

+ Với phương trình trùng phương bậc bốn:  
az4 + bz2 + c=0(a ≠ 0) Đặt t = z2 .

+ Nhẩm nghiệm, phép chia đa thức cho đa thức....

**2. Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** Cho phương trình sau:  
z3 - 3( 1 + 2i).z2 + ( -3 + 8i)z + 5 – 2i =0. Tính tổng các nghiệm của phương trình trên ?

A. 2 + 5i     B. -3 + 6i     C. 3 + 6i     D. – 2 + 5i

\* Nhẩm nghiệm: Ta thấy tổng các hệ số của phương trình bằng 0 nên phương trình có nghiệm z=1.

\* Khi đó:  
z3 - 3( 1 + 2i).z2 + ( -3 + 8i)z + 5 – 2i =0

z3 - 3(1 + 2i)z2 + (-3 + 8i)z + 5-2i = 0

⇔(z-1)[z2-2(1 + 3i)z + 2i-5]

⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

⇔ 

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là : z= 1; z= i và z= 2 + 5i.

Tổng các nghiệm là: 1 + i + 2 + 5i = 3 + 6i

Chọn C

**Ví dụ 2:** Cho phương trình:  
z3 + ( 2- 2i).z2 + ( 5 – 4i)z – 10i =0 biết phương trình có nghiệm thuần ảo. Tìm các nghiệm của phương trình đã cho

A. z= -2i, z = 1 - 2i và z = 1 + 2i.

B. z= 2i, z = - 1 + 2i và z = - 1- 2i.

C. z= -1 + i, z = 1 + i và z = - 1- i.

D. Đáp án khác

Đặt z = yi với y ∈ R

Phương trình đã cho có dạng:  
(iy)3 + (2i-2)(yi)2 + (5-4i)(yi) – 10i = 0.

⇔ -iy3 – 2y2 + 2iy2 + 5iy + 4y – 10i = 0 = 0 + 0i

Đồng nhất hoá hai vế ta được:

6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Giải hệ này ta được nghiệm duy nhất  
y = 2.

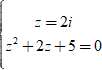
Suy ra phương trình có nghiệm thuần ảo z = 2i.

\* Vì phương trình nhận nghiệm 2i.

⇒ vế trái của phương trình đã cho có thể phân tích dưới dạng:

z3 + (2 – 2i)z2 + (5 – 4i)z – 10i  
= (z – 2i)(z2 + az + b) (a, b ∈ R)

đồng nhất hoá hai vế ta giải được a = 2 và b = 5.

⇒ (1)⇔ (z – 2i)(z2 + 2z + 5) = 0 ⇔  ⇔ 

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là z= 2i, z= - 1 + 2i và z= - 1- 2i.

Chọn B.

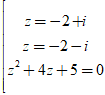
**Ví dụ 3:**Cho phương trình:  
z4 + 2z3 – z2 – 2z + 10 = 0. Biết phương trình có 1 nghiệm phức là z= - 2 + i. Tìm tổng các phần thực của các nghiệm của phương trình đã cho?

A. – 2     B. 2     C. 4     D. – 4

Phương trình trên có 1 nghiệm là  
z1 = - 2 + i thì phương trình cũng có nghiệm z2= - 2- i.

Suy ra, z4 + 2z3 – z2 – 2z + 10 = 0

⇔ ( z + 2- i). (z + 2 + i). (z2 + 4z + 5) =0

⇔  ⇔ 

Vậy phương trình trên có 4 nghiệm là :  
- 2 + i,- 2 –i, 1 + i và 1- i.

Tổng phần thực của bốn nghiệm của phương trình:

- 2 + (-2) + 1 + 1 = - 2 .

Chọn A.

**Ví dụ 4:** Cho phương trình sau:  
(z2 + 3z + 6)2 + 2z.(z2 + 3z + 6) – 3z2 = 0

A. 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải     B. 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

C. 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải     D.6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Đặt t = z2 + 3z + 6 phương trình đã cho có dạng:

t2 + 2zt – 3z = 0 ⇔ (t – z)(t + 3z) = 0  
⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

+ Với t = z ⇔ z2 + 3z + 6 – z = 0  
⇔ z2 + 2z + 6 = 0

⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

+ Với t = -3z ⇔ z2 + 3z + 6 + 3z = 0  
⇔ z2 + 6z + 6 = 0

⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Chọn A.

**Ví dụ 5:** Giải phương trình sau  
z4 - z3 + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải + z + 1 = 0

A. z = 2 + i; z = 2 -i ; z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ; z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .

B. z = 1 + i; z = 1-i ; z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ; z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải.

C. z = 1 + 2i; z = 1- 2i ; z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ; z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải.

D. z = 1 + i; z = 1-i ; z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải; z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Nhận xét: z = 0 không là nghiệm của phương trình (1) vậy z ≠ 0 .

Chia hai vế phương trình cho z2 ta được: (z2 + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ) - (z- 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ) + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải  
. Khi đó : t2 = z2 + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải = 0

Đặt t = z - 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải . Khi đó :  
t2 = z2 + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải -2 ⇔ z2 + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải = t2 + 2

Phương trình (2) có dạng: t2 – t + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải (3)

Δ = 1 - 4.6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải = -9 = 9i2

PT (3) có 2 nghiệm t= 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải , t= 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .

+ Với t= 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ta có z - 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải  
⇔ 2z2 - (1 + 3i)z -2 = 0 (4)

Có Δ = (1 + 3i)2 + 16  
= 8 + 6i = 9 + 6i + i2  
= (3 + i)2

PT (4) có 2 nghiệm:  
z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải = 1 + i ,  
z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .

+ Với t = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ta có : z -6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ⇔2z2-(1-3i)z-2 = 0 (5)

Có Δ = (1 - 3i)2 + 16 = 8 - 6i = 9 - 6i + i2 = (3-i)2

PT(5) có 2 nghiệm:  
z = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ' ,  
z =6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải=6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .

Vậy PT đã cho có 4 nghiệm: z=1 + i; z=1-i ; z= 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải; z= 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải.

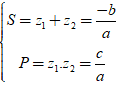
Chọn B.

**Dạng 4: Tính giá trị biểu thức liên quan đến nghiệm của phương trình**

**1. Phương pháp giải**

\* Để tính giá trị của biểu thức liên quan đến nghiệm của phương trình ta cần: xác định các nghiệm của phương trình, sử dụng hệ thức Vi- et, linh hoạt sử dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ..

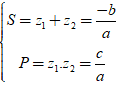
\* Hệ thức Vi–ét đối với phương trình bậc hai với hệ số thực:

Cho phương trình bậc hai az2 + bz + c= 0 có hai nghiệm phân biệt z1; z2 (thực hoặc phức). Ta có hệ thức Vi–ét ; z= 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .

**2. Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** Gọi z1, z2 là các nghiệm của phương trình z2 + 4z + 5=0. Đặt (1 + z1)100 + (1 + z2)100 . Khi đó

A. ω= 240.i     B.ω=-251     C.ω=251     D.ω=-250i

Ta có: z2 + 4z + 5=0  
⇔ z=  .

Suy ra:  
ω= (1 + z1)100 + (1 + z2)100  
= ( - 1 + i)100 + ( -1- i)100

= [(-1 + i)2]50 + [(-1-i)2]2 = (2i)50 + (-2i)50

= 250.i48.i2 + (-2)50.i48.i2

= 250.1.(-1) + 250.i.(-1)=-252

Chọn B.

**Ví dụ 2:** Kí hiệu z1, z2, z3, z4 là 4 nghiệm phức của phương trình x4 + 2x2 + 4= 0. Tính tổng T bằng |z1| + |z2| + |z3| + |z4|:

A. 2     B.2√2     C. 4     D. 4√2

Xét phương trình: x4 + 2x2 + 4 =0 (\*)

Đặt t= x2, phương trình (\*) trở thành:  
t2 + 2t + 4 = 0

⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .

Giả sử z1,2 là hai nghiệm của phương trình (1) và z3,4 là hai nghiệm của phương trình (2) .

Khi đó |z1| 2 = |z2| 2 =|-1-√3.i| = 2

⇒ |z1| = |z2| = √2 .

Tương tự ta có :  
|z3| 2 = |z4| 2 = |-1-√3.i| = 2

⇒ |z3| = |z4| = √2 .

Vậy T = |z1| + |z2| + |z3| + |z4| = 4√2

Chọn D .

**Ví dụ 3:** Cho các số phức a, b,c, z thỏa mãn  
az2 + bz + c=0, . Gọi z1, z2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình bậc hai đã cho. Tính giá trị của P = |z1 + z2|2 + |z1-z2|2 -2( |z1 + z2|)2.

A.P = 2 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .        B. P =4 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .

C. P = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .        D. P = 0.5 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Giả sử phương trình az2 + bz + c= 0 có hai nghiệm phức z1, z2. Theo hệ thức Vi-et ta có:



Ta có  
|z1 + z2|2 + |z1-z2|2  
= 2(|z1|2 + |z2|2)

Do đó : |z1 + z2|2 + |z1-z2|2 -2( |z1 + z2|)2

= 2( |z1 + z2|)2-2( |z1-z2|)2

= 4|z1|.|z2| = 4|z1.z2| = 4.6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Chọn B

**Ví dụ 4:** Cho các số phức z1 ≠0 ; z2 ≠0 thỏa mãn điều kiện 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải . Tính giá trị của biểu thức P = 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

A. 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải .     B. √2    C. 2     D.6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

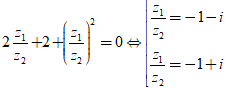
Theo giả thiết ta có:  
6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

⇔(2z2 + z1).(z1 + z2)=z1.z2

⇔ 2z2.z1 + 2z22 + z12 + z2.z1-z2.z1 = 0

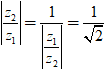
⇔ 2.z2.z1 + 2z22 + z12 = 0 (\*)

Do z2 ≠ 0 nên ta chia cả hai vế của (\*) cho z2 ta được :



Trong cả hai trường hợp ta có

6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải = √2

⇒ 

⇒P=√2 + 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải =6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Chọn D

**Ví dụ 5:**Cho hai số phức z1, z2 là các nghiệm của phương trình z2 + 4z + 13= 0.Tính môđun của số phức w = ( z1 + z2 ). i + z1.z2

A.|w| = 3    B. |w| = √185

C.|w| = √153     D. |w| = √17

Xét phương trình z2 + 4z + 13 = 0 có  
∆’= 22 – 13 = - 9 = 9i2

Do đó phương trình trên có hai nghiệm là : 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Khi đó:

w = ( z1 + z2 ). i + z1. z2  
= ( -2- 3i – 2 + 3i). i + ( -2- 3i). ( -2 + 3i)  
= -4i + 13

suy ra: |w| = √(-42 + 132) = √185

Chọn B.

**Dạng 5: Lập phương trình bậc 2 nhận z1, z2 làm nghiệm**

**1. Phương pháp giải**

\* Cho hai số phức z1 và z2 thỏa mãn: 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

.

Khi đó,z1, z2 là nghiệm phương trình:  
z2 – S.z + P=0

\* Nếu số phức z0 = a + bi; (a,b ∈ R) là nghiệm phương trình A.z2 + Bz + C=0 (\*) thì:

Az02 + Bz0 + C = 0

\* Nếu số phức z0 = a + bi; là nghiệm phương trình A.z2 + Bz + C=0 (\*) thì

z1 = a – bi cũng là nghiệm của phương trình (\*).

**2. Ví dụ minh họa** .

**Ví dụ 1:** Biết phương trình z2 + az + b=0 ,  
(a,b ∈ R) có một nghiệm phức là z1= 1 + 2i. Tìm a và b?

A. 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải        B. 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

C. 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải        D. 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Do z1 = 1 + 2i là nghiệm nên z2 = 1 -2i cũng là nghiệm của phương trình đã cho.

Ta có: 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải (1)

Do z1, z2 là nghiệm của phương trình  
z2 + az + b= 0 nên theo hệ thức Vi- et ta có:

6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải (2)

Từ (1) và (2) ta có: 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Chọn D.

**Ví dụ 2:** Biết z1 = 2- i là một nghiệm phức của phương trình z2 + bz + c = 0; (b,c ∈ R) , gọi nghiệm còn lại là z2. Tìm số phức w= bz1 + cz2

A.w= 18 – i    B.w= 18 + i.

C.w= 2- 9i    D.w= 2 + 9i .

Do z1 = 2 – i là một nghiệm phức của phương trình z2 + bz + c = 0; (c,b ∈ R) nên

z2 =2 + i cũng là 1 nghiệm của phương trình đã cho.

Ta có: z1 = 2 – i là một nghiệm phức của phương trình z2 + bz + c = 0 nên ta có:

( 2- i)2 + b.(2- i) + c=0

⇔ 4 – 4i + i2 + 2b – bi + c = 0

⇔( 3 + 2b + c) – ( 4 + b) i= 0.

⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải ⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

khi đó:  
w= bz1 + c.z2 = -4( 2- i) + 5. (2 + i) = 2 + 9i

Chọn D .

**Ví dụ 3:** . Cho số thực a, b, c sao cho phương trình z3 + az2 + bz + c = 0 nhận z= 1 + i và z = 2 làm nghiệm. Khi đó tổng giá trị a + b + c là:

A. -2.     B. 2.    C. 4.    D. -4.

Phương trình có nghiệm z = 2 nên thay z=2 vào phương trình ta được:

8 + 4a + 2b + c= 0 ( 1) .

Phương trình có nghiệm z= 1 + i nên thay vào phương trình ta được:

(1 + i)3 + a.(1 + i)2 + b( 1 + i) + c= 0

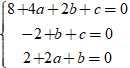
⇔ 1 + 3i + 3i2 + i3 + a. (1 + 2i + i2) + b(1 + i) + c=0

⇔ 1 + 3i – 3- i + 2ai + b + bi + c= 0

⇔( - 2 + b + c) + ( 2 + 2a + b).i = 0

⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải . (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

⇔  ⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Suy ra a + b + c= - 2 .

Chọn A.

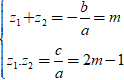
**Dạng 6: Vận dụng cao**

**1. Ví dụ minh họa**

**Ví dụ 1:** . Cho phương trình z2 – mz + 2m – 1=0 trong đó m là tham số phức. Giá trị của m để phương trình có hai nghiệm z1, z2 thỏa mãn  
z12 + z22 là:

A. m=-2-2√2i.     B. m=2 + 2√2i .

C. 2-2√2i     D. 2 ± 2√2i

Theo Viet, ta có:  
 ⇔ 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Theo giả thiết ta có:

z12 + z22= -10 ⇔(z1 + z2)2 - 2z1z2 = -10

⇔ m2 - 2( 2m- 1) = - 10

⇔ m2 – 4m + 12= 0

Có ∆’= (-2)2 – 12 = - 8 = 8i2

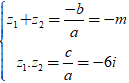
Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm là : 6 dạng bài tập Căn bậc hai, Phương trình bậc hai số phức trong đề thi Đại học có lời giải

Chọn D

**Ví dụ 2:** Cho phương trình z2 + mz -6i = 0. Để phương trình có tổng bình phương hai nghiệm bằng 5 thì m có dạng ±(a + bi) (a,b ≠R) . Giá trị a + 2b là:

A. 0    B. 1    C. - 2    D. - 1

Gọi z1, z2 là hai nghiệm của phương trình đã cho

Theo Vi -et, ta có: 

Theo bài cho, tổng bình phương hai nghiệm bằng 5. Ta có:

z12 + z22 = 5 ⇔ (z1 + z22)-2z1.z2 = 5

⇔ m2 + 12i = 5 ⇔ m2 = (3- 2i)2

⇔ m = ± (3-2i)

Do đó,  
a= 3; b = - 2 và a + 2b= 3 + 2.(-2) = -1

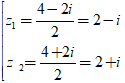
Chọn D.

**Ví dụ 3:** Cho z1, z2 là hai số phức thỏa mãn  
z2 – 4z + 5= 0 . Tính giá trị biểu thức  
P= ( z1 – 1)2017 + ( z2 – 1)2017 .

A. P=0    B. P= 21008.     C. P=21009 .    D. P= 2.

Xét phương trình z2 – 4z + 5= 0 có  
∆ = 16 – 4.5.1= - 4 = (2i)2.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức:



Suy ra P=( z1 – 1)2017 + ( z2 – 1)2017

=( 1 – i)2017 + ( 1 + i)2017

= (1-i)[(1-i)2]1008 + (1 + i)[(1 + i)2]1008

= (1-i).(-2i)1008 + (1 + i).(2i)1008

= (1-i).(-2i)1008.(i4)252 + (1 + i).(2i)1008(i4)252

= (1-i).21008 + (1 + i).22018  
= 21008 + 21008 = 2 1019

Chọn C.